

Magyar–német (TKA–DAAD) kutatócsere projekt

Záró beszámoló

A projekt adatai:

Nyilvántartási szám: 307991

Projektcím: Fix paraméteres megközelítés a kombinatorikus optimalizálásban

Magyar projektvezető neve: Bérczi Kristóf

Magyar intézmény neve: Eötvös Loránd Tudományegyetem

Német projektvezető neve: Matthias Mnich

Német intézmény neve: Rheinische Friedrich–Wilhelms–Universität Bonn

Támogatási időszak: 2019–2021

A. A projektidőszakban elvégzett munka összefoglalása (max. 2 oldal)

A pályázat célja olyan fix paraméteres algoritmusok és módszerek kidolgozása volt, melyek az inputban megjelenő numerikus értékektől függetlenül hatékonyan alkalmazhatóak. Az approximációs algoritmusok előnyt élveznek az ilyen jellegű problémák megoldása során, hiszen legtöbbször nem érzékenyek a bemeneti adatokban megjelenő numerikus értékekre. Ugyanakkor ezen algoritmusok nem alkalmasak optimális megoldások meghatározására, holott gyakorlati alkalmazásokban sokszor elengedhetetlen a pontos optimum kiszámítása. Az optimalizálási problémákra oly jellemző P vs. NP kettősségből a paraméteres komplexitás elmélete hozott kitörést nagyjából 30 évvel ezelőtt. Az új megközelítés lehetővé tette a problémák bonyolultságának finomabb osztályozását, és az azóta eltelt időszakban kifinomult technikák és algoritmusok születtek a témában.

A projekt az ELTE Operációkutatási Tanszéke, valamint a német oldalról Matthias Mnich által vezetett kutatócsoport együttműködésében valósult meg. Az ELTE-n működő Egerváry Kutatócsoport fő érdeklődési köre elsősorban kombinatorikus optimalizálási problémák vizsgálata, különös tekintettel a gráfokkal és gráf-optimalizálással kapcsolatos kérdésekre. A projekthez ezen túlmenően csatlakozott a magyar témavezető két mesterszakos diákja, akik közül az egyik a doktori képzés alatt is folytatta a kapcsolódó kutatásokat. A bonni Számítógéptudományi Kutatócsoport olyan modern eszközök terén tett szert nagy tapasztalatra, mint a fix paraméteres algoritmusok, vagy a kiegyenlített

futásidő analízis (smoothed analysis). Ezen eszközök elsősorban olyan problémák megoldásában nyújtanak hatékony segítséget, melyekre nem várható polinomiális futásidő megoldás vagy approximáció. A projekt során a két csoport egymást kölcsönösen kiegészítő szakmai tudására építettünk.

A támogatási időszak alatt három fő problémára összpontosítottunk. Az első témakör munkák egy gépen történő ütemezéséhez kapcsolódik egyetlen, nem megújuló erőforrás mellett. A témában korábban Kis Tamás és Györgyi Péter ért el alapvető eredményeket. A kutatás során ezen eredményeket kiterjesztettük, valamint sikerült lezárni több nyitott kérdést is. Többek között sikerült PTAS-t adnunk a probléma egyik, illetve $3/2$ -approximációt adnunk a probléma egy másik változatára; ezen eredményeket részletesebben a B.1 fejezetben ismertetjük.

A második témakör a Minimum Feasibility Blocker (Min-FB) problémához kapcsolódik, mely a következőképpen definiálható: egy megoldással nem rendelkező $Ax \leq b$ lineáris egyenlőtlenségrendszerhez keressünk az A -nak minimális számú sorát, melyekhez tartozó egyenlőtlenségeket kihagyva a rendszernek már létezik megoldása. A probléma általában NP-nehéz, ugyanakkor széleskörű gyakorlati alkalmazhatósága miatt sokat vizsgált feladat approximálhatóság szempontjából. Kutatásaink során elsősorban a probléma fix paraméteres megoldhatóságára koncentráltunk; az elért eredményeket a B.2 fejezetben foglaljuk össze.

Harmadik nagy témakörünk egy centrális probléma, az utazóügynök probléma (TSP) általánosításaihoz kapcsolódik. A multi-visit TSP feladatban adott egy $G=(V,E)$ gráf minden e élen egy $c(e)$ nemnegatív súllyal, valamint egy $m(v)$ előírás minden v pontra, és a cél egy olyan minimális költségű túra meghatározása, mely minden v csúcsot pontosan $m(v)$ -szer látogat meg. A kérdés NP-nehéz, hiszen könnyen láthatóan általánosítja az utazóügynök problémát. Így természetesen vetődik fel az approximálhatóság kérdése. Sikerült 1.5 -approximációs algoritmust adnunk a feladatra abban az esetben, ha c teljesíti a háromszög-egyenlőtlenséget. Ezt az eredményt kiterjesztettük a probléma útváltozatára is, majd vizsgáltuk a feladat több ügynökre vonatkozó általánosítását; lásd a B.3 fejezetet.

B. A közös projekt eredményei (max. 2 oldal)

B.1 Ütemezés nem megújuló erőforrás mellett

Ütemezési feladatokkal a projekt első és második évében foglalkoztunk. Az alapp probléma, amit vizsgáltunk, a következő. Adott munkáknak egy J halmaza, melyeket egyetlen gépen kell valamilyen sorrendben elvégeznünk. Minden munka valamekkora mennyiséget igényel egy adott erőforrásból, az erőforrásból pedig adott időpontokban érkezik meghatározott mennyiség. Minden munkának adott

ezenkívül a hossza és a súlya. A cél a súlyozott befejezési idők összegének a minimalizálása.

A felmerülő kérdések többsége NP-teljes, és általában bizonyos multiplikatív faktoron belüli közelítésük is nehéz. Király Tamással és Simon Omlorral közösen sikerült PTAS-t adnunk abban az esetben, amikor a munkák feldolgozási ideje 0. Ez a látszólag érdektelen eset valójában jól modellezi azon szituációkat, amikor az egyes munkák elvégzéséhez szükséges idő nagyságrendekkel kisebb az utánpótlások beérkezése között eltelt időhöz képest. Megmutattuk továbbá, hogy a feladat erősen NP-nehéz, amikor minden munka súlya és erőforrásigénye egységnyi, ezáltal választ adva Kis és Györgyi egy nyitott kérdésére. Ugyanebben az esetben igazoltuk azt is, hogy az legrövidebb feldolgozási idő szerinti ütemezés (melyre FPT sorrendként szokás hivatkozni) $3/2$ -approximációt ad. Végül megvizsgáltuk a probléma egy új változatát, melyben az erőforrások érkezési ideje ismeretlen. Ebben a modellben sikerült $(4+\epsilon)$ -approximációs algoritmust adnunk tetszőleges $\epsilon > 0$ esetén, és megmutattuk, hogy nem létezik $(4-\epsilon)$ -approximációs algoritmus semmilyen $\epsilon > 0$ értékre. A kapott eredmények egyrészt nemzetközi konferencián kerültek bemutatásra [1], másrészt benyújtásra kerültek folyóirathoz is [2].

B.2 Minimum Feasibility Blocker

A röviden csak MinFB problémának nevezett feladaton a projekt három éve alatt folyt a kutatás. Ennek eredményeképpen jelentősen kibővült azon eredmények listája, melyek a projekt első évében bemutatott [3] cikkben szerepeltek. Megmutattuk, hogy a Min-FB probléma az optimális megoldás k méretével paraméterezve $W[1]$ -nehéz. Ez már abban a nagyon speciális esetben is igaz, ha a feladatban szereplő A mátrix minden sorában pontosan egy $+1$ és egy -1 szerepel, minden más érték 0, a korlátozó vektor pedig $+/- 1$ értékű. Amennyiben a korlátozó vektorban szereplő $+1$ -es értékek vagy -1 -es értékek számát is paraméternek tekintjük (b_+ illetve b_-), az előző bekezdésben említett speciális eset kezelhetővé válik. A [3] cikk fő eredménye két fix paraméteres algoritmus, melyek az optimális megoldás k mérete mellett ezen két érték valamelyikét véve paraméterként megtalálja az A sorainak egy olyan optimális részhalmazát, melyeket elhagyva a rendszer megoldhatóvá válik. Megmutattuk továbbá, hogy a Min-FB problémának nincs polinomiális kompressziója a már említett k és b -paraméterek mellett – bizonyos standard komplexitáselméleti feltételek mellett.

Vizsgáltuk a probléma általános súlyokra vonatkozó változatait is. További általánosításként a már korábban említett paraméterek mellett a kapcsolódó gráf fa - illetve út-vastagsága, valamint a fa -mélység függvényében is elemeztük a feladat komplexitását. Ennek köszönhetően sikerült csaknem teljesen karakterizálni az egyes változatok bonyolultságát, csupán két lényegi kérdést

hagyva nyitva. A kapott eredmények leírása megtörtént, a beszámoló benyújtásakor a kézirat végső átnézése történik, melyet követően beküldjük a cikket a ACM Transactions on Algorithms folyóirathoz [4].

B.2 Many-visit TSP

Az Utazóügynök Probléma a kombinatorikus optimalizálás talán legismertebb kérdése: egy élköltséggel ellátott gráf csúcsait szeretnénk meglátogatni úgy, hogy végül a kiindulási pontba érkezzünk vissza, és az út összköltsége a lehet legkisebb legyen. Feltesszük, hogy a költségfüggvény metrikus, azaz teljesíti a háromszögegyenlőtlenséget – ez valósalkalmazásokban természetes elvárás. A probléma közismerten NP-nehéz, a legjobb approximációs algoritmus Christofides és Serdyukov nevéhez fűzhető, akik $3/2$ -közelítést adtak a problémára. Sokáig nyitott volt, hogy a probléma út-változatára adható-e hasonló közelítés; ezt a közelmúltban Traub és Vygen illetve Zenklusen igazolták.

A probléma azon változata, melyben minden pontba többször is vissza kell térnünk, kevésbé ismert. Ugyanakkor a feladat felmerül olyan valós alkalmazásokban, mint például repülők optimális indítási sorrendjének meghatározása, vagy számítási feladatok ütemezése számítógépeken. Zenklusen megközelítését sikerült kiterjesztenünk erre az általánosabb esetre, ezáltal $3/2$ -approximációt adva a Visszatérő Utazóügynök probléma út-változatára [5]. A bizonyítás Király, Lau és Singh egy korábbi, matroidok fokszámkorlátos bázisaira vonatkozó eredményének általánosított polimatroidokra való kiterjesztésén alapul, mely eredmény önmagában és érdekes lehet a kombinatorikus optimalizálás iránt érdeklődőknek. Hasonló megközelítéssel konstans approximációs eljárásokat adtunk a feladat többügynökös változatára is [6].

C. Az együttműködés további szempontjai: (max. 3 oldal)

1. Mennyiben alapulnak a projekt elért eredményei a német–magyar együttműködésen?

A projekt keretében elért eredmények teljes mértékben a két fél együttműködésén alapulnak. A Min-FB problémát Alexander Göke mutatta be a magyar résztvevőknek, melyben aztán Alexander budapesti látogatása során sikerült előrelépést elérnünk. Simon Omlor elsősorban ütemezéselméleti problémákkal foglalkozik, és az általa feltett kérdésekből kiindulva jutottunk el a nem megújuló erőforrások mellett történő ütemezésekhez kapcsolódó eredményeinkhez. A many-visit TSP problémára adott 1.5 -approximációs algoritmusunk bázis-polimatroidokra épül; ezen technikákkal az Operációkutatási Tanszéken működő Egerváry Kutatócsoport tagjai tanulmányaik és kutatásaik során többször találkoznak, ez segített a megfelelő megközelítés megtalálásában. Vincze Roland

többször is meglátogatta tanszékünket; ezen látogatások alatt került kidolgozásra a multiple-agent many-visits problémára adott algoritmus alapja.

2. Hogyan befolyásolta a támogatás a projekt előmenetelét?

A támogatás felhasználását ugyan jelentősen megnehezítette az időközben kialakult vírushelyzet, de így is lehetőség adódott több látogatásra is. Német oldalról Matthias Mnich, Simon Omlor és Alexander Göke két-két, Vincze Roland pedig három alkalommal látogatott Budapestre, míg magyar oldalról Bérczi Kristóf, Bérczi-Kovács Erika, Király Tamás, Lydia Mirabel Mendoza Cadena, és Paulovics Zoltán egy-egy hetet tölthetett Bonnban. Az eddig elért eredmények túlnyomó többsége ezen látogatások során született, vagy az ekkor megkezdett közös munkából nőtt ki magát.

3. Hogyan csatlakozott a második évi munka az első év eredményeihez?

A második (és harmadik) évi munka teljes mértékben a korábban megkezdett munka folytatása volt. Az első évben elért eredményeket több irányban is sikerült kiterjeszteni/általánosítani. Ennek köszönhetően új publikációk is születtek vagy születni fognak, melyek várhatóan Q1-es újságokban fognak megjelenni.

4. Milyen szempontból volt jelentős a projekt a fiatal kutatók tapasztalatszerzése, szakmai fejlődése szempontjából?

A projektben több doktorandusz illetve mesterszakos hallgató is aktívan részt vett. Simon Omlor, Alexander Göke, és Vincze Roland a német témavezető doktoranduszai, míg Paulovics Zoltán és Lydia Mirabel Mendoza Cadena a magyar témavezető mesterszakos diákjai.

A diákoknak a pályázatnak köszönhetően alkalmuk nyílt betekinteni egy nemzetközi együttműködés menetébe, a közös kutatás szervezésébe, valamint lehetőségük nyílt ellátogatni egy másik ország egyetemére, ahol a helyi kutatókkal közösen intenzíven foglalkozhattak egy-egy konkrét példával. Így a pályázat kétségkívül minden fiatal résztvevőnek hozzájárult a szakmai fejlődéséhez. Ugyanakkor fontos megjegyezni, hogy a projekt is rengeteget profitált a hallgatók és doktoranduszok bevonásából, hiszen az egyes témakörökhöz kapcsolódó kutatásokat elsősorban ezen fiatal kutatók koordinálták.

5. Sorolja fel azokat a hazai vagy külföldi tudományos közleményeket és publikációkat, amelyek az együttműködés eredményeként jelentek meg!

[1] K. Bérczi, T. Király, and S. Omlor. Scheduling with non-renewable resources: Minimizing the sum of completion times. In 6th International Symposium on Combinatorial Optimization (ISCO 2020), pp. 167–178, 2020.

- [2] K. Bérczi, T. Király, and S. Omlor. Scheduling with non-renewable resources: Minimizing the sum of completion times. Submitted to Journal of Scheduling, 2020.
- [3] A. Göke, L. M. Mendoza Cadena, M. Mnich. Resolving Infeasibility of Linear Systems: A Parameterized Approach. Presented at IPEC 2019.
- [4] K. Bérczi, A. Göke, L. M. Mendoza Cadena, M. Mnich. Resolving Infeasibility of Linear Systems: A Parameterized Approach. In preparation, 2021.
- [5] K. Bérczi, M. Mnich, and R. Vincze. A $3/2$ -approximation for the metric Many-visits Path TSP. Submitted to ACM Transactions on Algorithms, 2020.
- [6] K. Bérczi, M. Mnich, and R. Vincze. Multiple-Agent Many-Visits Traveling Salesman Problems. Submitted to Omega, 2021.
- [7] K. Bérczi, Extensions of the traveling salesman problem, XXXIV. Magyar Operációkutatási Konferencia, Cegléd (Sept. 2021).
- [8] L. M. Mendoza Cadena, Inverse arborescence problem with multiple cost functions, XXXIV. Magyar Operációkutatási Konferencia, Cegléd (Sept. 2021).

6. Milyen akadályokat vagy problémákat érzékelt a projekt végrehajtása során?

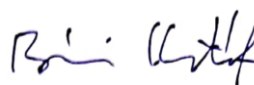
Egyedül a COVID által jelentett nehézségek okoztak gondot. A project lebonyolítása minden más tekintetben zökkenőmentesen zajlott, a pályázat kapcsán felmerülő kérdésekre mindig gyors és pontos választ kaptunk.

7. Mi a legjelentősebb szakmai eredmény, amit kiemelne a projektgyüttműködés kapcsán?

Szakmai szempontból a MinFB feladat kapcsán elért nehézségi és algoritmikus eredményeket emelénk ki. A probléma teljeskörű feltérképezése során változatos technikákat és ötleteket kellett alkalmazni, melyek eredményeképpen egy – érzésünk szerint– erős cikk született.

8. Van-e olyan javaslat, amivel módosítaná a pályázati felhívás és végrehajtás szempontjait a jövőre nézve?

Az utazásra fordítható 45.000Ft-os keret valójában csak szűkösen fedezi az utazási költségeket, ennek megemelését megfontolandónak érezzük. Hasonlóan, a Budapesten tapasztalható jelentős árnövekedés miatt a külföldi doktoranduszoknak adható 9.000Ft-os napidíj összegét és érdemes lenne megemelni.



Aláírás

Kelt: Budapest, 2021.11.29.